

# 관성 모멘트 측정

## 1. 실험 목적

회전축에 대한 물체의 관성 모멘트(또는 회전관성)를 실험적으로 측정하고 이론적인 값과 비교하여 관성 모멘트를 이해한다.

## 2. 이론

### 2.1 관성 모멘트(회전관성)의 정의

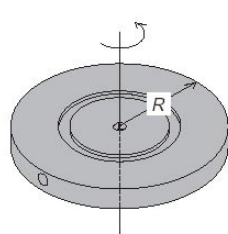
크기를 고려해야 하는 물체에 힘이 작용하면 병진운동만 유발하는 것이 아니라 회전운동도 유발하게 된다. 힘이 물체에 대해 회전운동을 유발하는 효과를 힘의 모멘트(Moment of Force) 또는 토크(torque)라고 하며, 이 경우에 병진운동에서 관찰되는 관성과 유사하게 회전운동에 관한 관성을 생각할 수 있다. 이러한 회전운동에 관한 관성을 관성 모멘트(Moment of Inertia) 또는 회전관성이라고 부른다.

관성 모멘트는 대응하는 개념인 질량과 같이 스칼라량이지만 동일한 물체의 경우에도 회전에 대한 배치에 따라 다른 값을 갖는다. 물론 회전축의 배치가 정해진 후에는 상수로 취급할 수 있다. 물체에 토크가 작용하면 회전운동에 대한 뉴턴의 제 2법칙에 따라 알짜 토크에 비례하고 관성 모멘트에 반비례하는 각가속도가 생긴다.

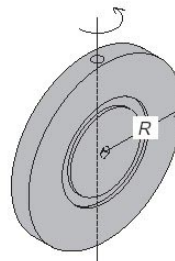
물체가 어떤 축을 중심으로 회전할 때의 관성 모멘트  $I$  에 대한 이론적인 식은

$$I = \int r^2 dm \quad (1)$$

로 주어진다. 이 식을 사용하여 아래 그림에 주어진 물체의 관성 모멘트를 구해보면 다음과 같다.



원반 중심에 수직한 축



원반에 평행한 축

[그림 1] 원반 모양의 강체

$$I = \frac{1}{2}MR^2 \quad (\text{원반 중심에 수직한 축}) \quad (2)$$

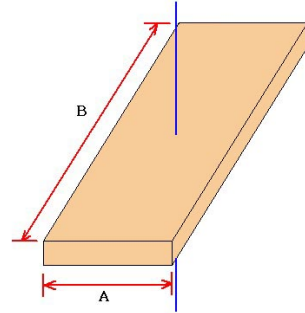
$$I = \frac{1}{4}MR^2 \quad (\text{원반에 평행한 축}) \quad (3)$$

여기서  $M$ 은 물체의 질량이고  $R$ 은 물체의 반지름이다.

오른쪽 그림과 같은 막대를 중심에 수직한 축에 대해 막대를 돌렸을 때의 관성 모멘트는

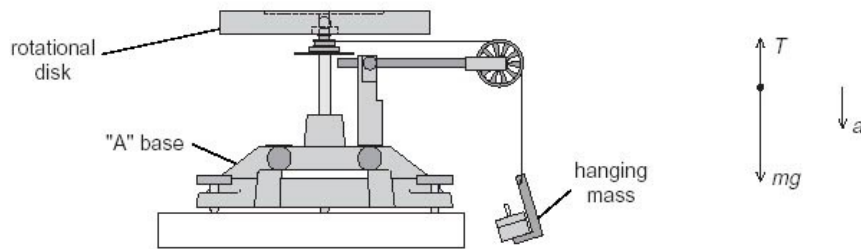
$$I_{\text{rod}} = \frac{1}{12}M(A^2 + B^2) \quad (4)$$

이 된다.



[그림 2] 직사각형 막대

[그림 3]에서 추걸이 위에 추를 올려놓았을 때, 질량이  $m$ 인 물체(추걸이+추)에 작용하는 힘에 의한 운동방정식은 다음과 같다.



[그림 3] 실험 장치의 개요

$$mg - T = ma \quad (5)$$

회전관성을 실험적으로 구하기 위해 물체에 가해진 토크와 각가속도를 생각해 보면

$$\tau = I\alpha \rightarrow I = \frac{\tau}{\alpha} \quad (6)$$

여기서  $\alpha$ 는 각가속도이며,  $a = \alpha r$ 의 관계를 갖는다. 또한 토크  $\tau$ 는 실에 매달린 추에 의해 발생하는 토크가 된다. 즉,

$$\tau = rF\sin\theta = rT \quad (7)$$

여기서  $r$ 은 실이 감겨져있는 회전축의 반지름이며,  $T$ 는 장치가 회전할 때 실에 생기는 장력이다. 회전축을 돌리는데 대한 운동방정식은 다음과 같다.

$$\sum \tau = rT = I\alpha \quad (8)$$

(5)식과 (6)식, 그리고  $a = \alpha r$ 을 이용하여  $T$ 를 소거하면 가속도는 다음과 같다.

$$a = \frac{mg}{\frac{I}{r^2} + m} \quad (9)$$

또, 물체가 가속도  $a$ 로 낙하할 때,  $t$ 초 동안 낙하한 거리  $h$ 는 초속도를 0으로 잡는다면,

$$h = \frac{1}{2}at^2 \quad (10)$$

이 된다. 식 (3), (4)를 이용하면 관성 모멘트  $I$ 는 다음과 같다.

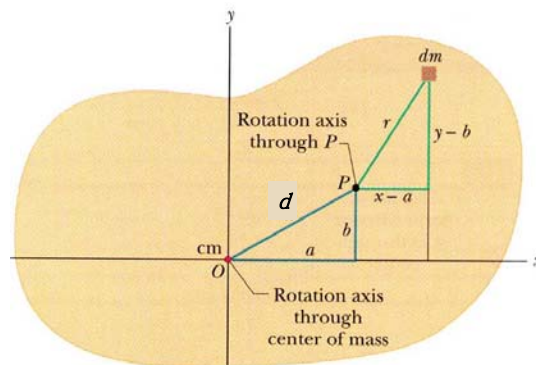
$$I = mr^2 \left( \frac{g}{2h}t^2 - 1 \right) \quad (11)$$

## 2.2 관성 모멘트의 평행축 정리

물체의 질량중심을 지나는 축에 대한 관성 모멘트  $I_{CM}$ 과 그와 나란한 다른 축에 대한 관성 모멘트  $I$  사이에는 다음과 관계가 성립한다. 이를 관성 모멘트의 평행축 정리라고 한다.

$$I = I_{CM} + Md^2 \quad (12)$$

여기서  $M$ 은 물체의 총질량이고,  $d$ 는 회전축에서 질량중심까지의 거리이다.



[그림 4] 관성 모멘트의 평행축 정리

### 3. 실험장치

※ 이름이 파란색으로 표시되는 장치는 클릭하여 상세 정보를 볼 수 있습니다.

		
A-스탠드	원반(1.5kg)	회전막대(1.42kg)
		
추와 추걸이	어댑터(30g)	초시계
		
수준기	버니어캘리퍼스	전자저울

## 4. 실험절차

### 4.1 회전축의 관성 모멘트 측정

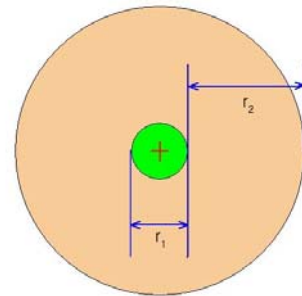
- (1) 먼저 회전축의 관성 모멘트를 측정하기 위하여 회전축이 수직으로 서있는지 확인합니다. 회전축에 원반이나 회전막대를 설치한 후 수준기를 이용하여 수평을 확인합니다.
- (2) 원반이나 회전막대를 제거한 후 A-스탠드의 회전축에 있는 폴리에 실을 감습니다. 이때 가지런히 감아야 나중에 추를 낙하시킬 때 실이 제대로 풀리지 않아서 생기는 오차를 막을 수 있습니다.
- (3) 실이 감긴 회전축의 지름을 버니어캘리퍼스를 이용하여 측정하고, 실의 반대쪽 끝에 추걸이를 연결합니다. 그런 다음 자를 이용하여 지면으로부터 추까지의 높이를 측정합니다. 이때 추걸이의 가장 밑바닥 면까지의 높이를 측정합니다. 그 이유는 회전축에 감긴 실을 풀리면서 추가 낙하할 때 지면에 가장 먼저 닿는 부분이 추걸이의 바닥면이고 또한 운동방정식을 기술할 때의 시간이 바닥면에 닿기까지의 시간이기 때문입니다.
- (4) 초시계를 준비하고 회전축을 잡고 있던 손을 놓음과 동시에 초시계의 시작버튼을 눌러서 추가 떨어지는데 걸리는 시간을 측정합니다. 추가 너무 빨리 떨어지면 시간 측정이 어려우므로 추의 질량을 적절히 조정하십시오.
- (5) 추의 질량을 측정하고 식 (11)을 이용하여 회전축의 관성 모멘트  $I_{axis}$  를 결정합니다. 이때 추걸이의 질량은  $5g \pm 0.5g$  입니다.

### 4.2 원반의 관성 모멘트 측정

- (1) 버니어캘리퍼스를 이용하여 원반 구멍의 내경과 원반의 외경을 측정합니다. 원반을 위에서 봤을 때의 그림입니다. 위에서 측정했던  $r_1$ 과  $r_2$ 를 이용하여 계산하면 원반의 반지름

$$R = r_2 + \frac{r_1}{2}$$

이 됩니다.



- (2) 원반의 질량을 측정합니다.
- (3) 회전축의 단면 모양과 원반 구멍의 모양을 비교하여 맞는 방향으로 원반을 회전축에 끼워 넣습니다.
- (4) 원반을 회전축에 부착한 후 원반의 수평이 맞는지 다시 확인합니다. 먼저 수준기를 원반위에 올려놓은 후 A-스탠드의 밑에 있는 나사를 이용하여 수평을 맞춥니다. 수평이 맞으면 원반을 조금 돌려서 그 지점에서의 수평을 맞춥니다. 그래서 최종적으로 원반이 회전해도 수평이 흐트러지지 않고 계속 수평이 맞는지 확인합니다.
- (5) 회전축에 실을 감고 반대쪽에 추를 연결합니다.
- (6) 지면으로부터 추까지의 높이를 자를 이용하여 측정합니다. 이때 추걸이의 가장 밑바닥 면까지의 높이를 측정합니다.
- (7) 초시계를 이용하여 추가 떨어지는 시간을 측정합니다.
- (8) 식 (11)을 이용하여 회전관성  $I_1$ 을 구합니다. 이 값에서 앞에서 구한 회전축의 관성 모

멘트를 뺀 값( $I_1 - I_{axis}$ )이 원반의 관성 모멘트  $I_{disc}$ 가 됩니다.

- (9) 이번에는 원반을 세워서 관성 모멘트를 측정합니다. 회전축에 끼워져 있던 원반을 빼서 세운 상태로 회전축에 원반을 다시 끼웁니다.
- (10) 렌치를 이용하여 오른쪽 사진과 같이 원반의 나사를 조여 줍니다. 이때 조여 주는 부분은 회전축에 끼여져 나간 면에 조여 줘야 합니다. 그렇게 조여주지 않으면 나중에 원반이 회전할 때 회전축과 원반이 같이 돌지 않고 헛도는 경우가 생길 수가 있습니다.
- (11) 회전축에 실을 가지런히 감고 다시 지면으로부터의 높이를 잽니다.
- (12) 초시계를 이용하여 추가 떨어지는 시간을 측정합니다.
- (13) 식 (11)식을 이용하여 관성 모멘트  $I_2$ 를 구합니다. 이 값에서 앞에서 구한 회전축의 관성 모멘트를 뺀 값이 세워진 원반의 관성 모멘트  $I_{disc.ver}$  이 됩니다.



### 4.3 관성 모멘트의 평행축 정리 실험

- (1) 회전 막대를 A-스탠드에 설치합니다. 회전 막대 아래에 있는 나사를 이용해서 회전축의 평평한 부분에 고정합니다.



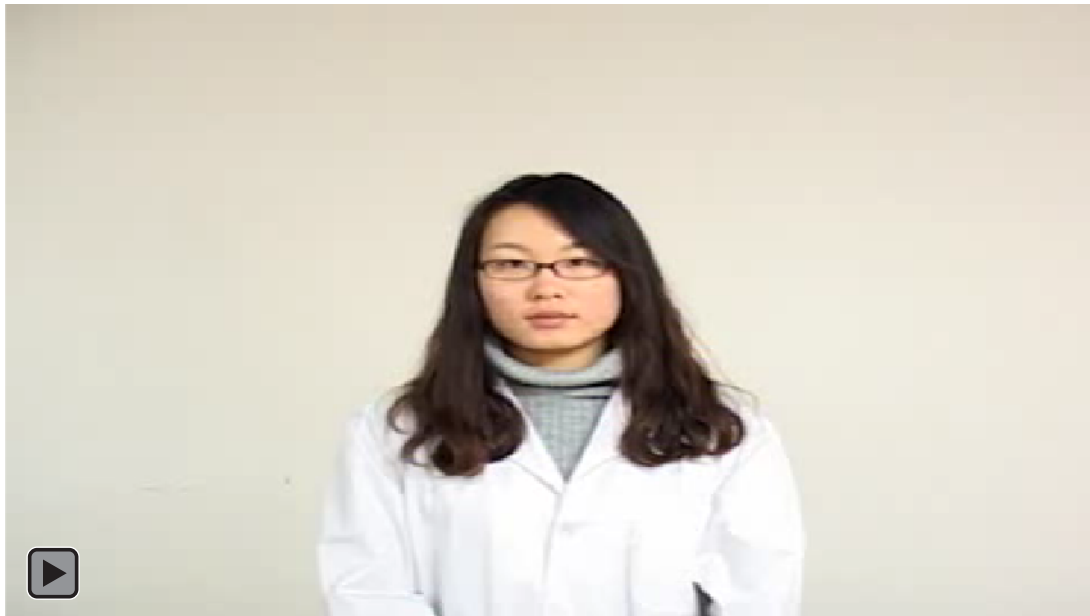
- (2) 수준기를 이용하여 회전 막대가 수평인지 확인합니다. 회전 막대를 돌려가면서 수평을 맞춰줍니다.
- (3) 회전 막대에 한 쪽에 어댑터를 설치합니다. 손으로 일단 돌려서 대충 고정합니다.
- (4) 회전 막대에 0이라고 써진 부분에서 어댑터의 중심까지의 거리가 임의로 정하고, 이 값을 기록합니다. 이 값이 평행축 정리에서의  $d$ 에 해당합니다.
- (5) 회전축에 실을 가지런히 감고 다시 지면으로부터의 높이를 측정합니다.
- (6) 초시계를 이용하여 추가 떨어지는 시간을 측정합니다.
- (7) (7)식을 이용하여 관성 모멘트를 구합니다. 이 관성 모멘트는 회전축, 회전 막대 및 어댑터를 합한 계의 관성 모멘트입니다(표 5.4의  $I_3$ ).

- (8) 원반을 어댑터에 끼워 넣습니다. 이때 사진과 같이 베어링 부분이 위로 오게 해서 어댑터와 결합합니다. 회전 막대의 중심에서 원반의 중심, 즉 어댑터의 중심까지의 거리가 평행축 정리에서의  $d$ 가 됩니다.



- (9) 회전축에 실을 가지런히 감고 다시 지면으로 부터의 높이를 잽니다.  
 (10) 초시계를 이용하여 추가 떨어지는 시간을 측정합니다.  
 (11) 식 (11)을 이용하여 관성 모멘트를 구합니다. 이 관성 모멘트는 회전축을 중심으로 하는 (회전 막대 + 원반)의 관성 모멘트입니다. 이 값을  $I_4$ 로 하고 (12)식에 따라 계산되는 이론값과 비교합니다.

◆ 설명 동영상 : (동영상을 클릭하세요. 동영상이 재생되지 않으면 [여기](#)를 클릭하세요.)



## 5. 측정 결과

학과/분반		실험 일시	
실험 조		작성자	

### 5.1 회전축의 관성 모멘트 $I_{axis} = mr^2 \left( \frac{g}{2h} t^2 - 1 \right)$

회	1	2	3	4	5	평균	표준오차
추(추걸이) 질량							
회전축 <sup>(1)</sup> 반경 $r$							
낙하 높이 $h$							
낙하 시간 $t$							
관성 모멘트 $I_{axis}$							

주 (1): 실을 감은 축



5.2 원반(수평)의 관성 모멘트  $I_{\text{disc}} = mr^2 \left( \frac{g}{2h} t^2 - 1 \right) - I_{\text{axis}} = I_1 - I_{\text{axis}}$

원반의 질량 M =

원반의 반경 R =

회	1	2	3	4	5	평균
추(추걸이) 질량						
회전축 반경 $r$						
낙하 높이 $h$						
낙하 시간 $t$						
관성모멘트 $I_1$						
$I_{\text{disc}} = I_1 - I_{\text{axis}}$						
이론값( $\frac{1}{2}MR^2$ )						X
오차(%)						

5.3 원반(수직)의 관성 모멘트  $I_{\text{disc}} = mr^2 \left( \frac{g}{2h} t^2 - 1 \right) - I_{\text{axis}} = I_2 - I_{\text{axis}}$

원반의 질량 M =

원반의 반경 R =

회	1	2	3	4	5	평균
추(추걸이) 질량						
회전축 반경 $r$						
낙하 높이 $h$						
낙하 시간 $t$						
관성모멘트 $I_2$						
$I_2 - I_{\text{axis}}$						
이론값( $\frac{1}{4}MR^2$ )						X
오차(%)						

### 5.4 평행축 정리 실험

#### (1) 회전 막대 관성 모멘트 측정

회	1	2	3	4	5	평균
추(추걸이) 질량						X
회전축 반경 $r$						
낙하 높이 $h$						
낙하 시간 $t$						
관성모멘트 <sup>(2)</sup> $I_3$						

주 (2): 어댑터의 관성 모멘트 포함

#### (2) (회전 막대 + 원반)의 관성 모멘트 측정

원반의 질량  $M =$

회전축에서 원반 중심(어댑터)까지의 거리  $d =$

회	1	2	3	4	5	평균
추(추걸이) 질량						X
회전축 반경 $r$						
낙하 높이 $h$						
낙하 시간 $t$						
관성 모멘트 $I_4$						
$I = I_4 - I_3$						
이론값	$\frac{1}{2}MR^2 + Md^2 =$					X
오차(%)						

---

## 6. 결과 분석 및 오차 논의

※ 아래의 질문에 답하는 것이 보고서의 전부는 아닙니다. 여기에 있는 질문은 단지 보고서를 작성할 때 도움을 주기 위한 것입니다.

1. 평행축 정리 실험에서 오차가 나는 원인은 무엇인가?
2. 다음 동영상을 보고 물음에 답하라 (동영상은 [여기](#)를 클릭하세요)
  - 1) 이 여자가 팔을 벌리고 오므림에 따라 회전하는 속도가 달라지는 원인은 무엇인가?
  - 2) 이 현상과 오늘 실험과 어떤 관계가 있는가?

## 7. 결론